

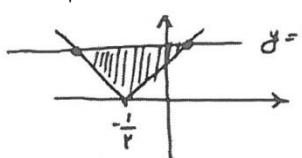
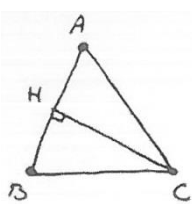


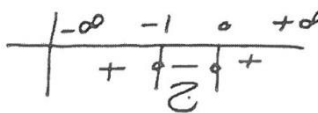
<p>نام درس: حسابان نام دبیر: علی هاشمی تاریخ امتحان:/...../..... ۱۳ ساعت امتحان: صبح / عصر مدت امتحان: دقیقه</p>	<p>جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران دبیرستان غیردولتی پسرانه </p>	<p>نام و نام خانوادگی: مقطع و رشته: شماره داوطلب: تعداد صفحه سؤال:</p>
<p>۳</p>	<p>« سؤالات »</p>	<p>۱</p>
<p>۱</p>	<p>حاصل عبارت $\dots + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{16}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)$ را محاسبه کنید.</p>	<p>۱</p>
<p>۱</p>	<p>در دنباله $a_n = n^2 - (n+1)^2$ مجموع ۲۰ جمله اول را محاسبه کنید.</p>	<p>۲</p>
<p>۲</p>	<p>در یک دنباله هندسی مجموع سه جمله اول ۱۳۶ و مجموع شش جمله اول آن ۱۵۳ است. جمله اول چند برابر جمله پنجم است؟</p>	<p>۳</p>
<p>۱/۵</p>	<p>اگر $x = 4$ یکی از جوابهای معادله $x + a = \sqrt{5x - x^2}$ باشد جواب دیگر معادله را محاسبه کنید.</p>	<p>۴</p>
<p>۱/۵</p>	<p>اگر a و B ریشههای معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشند حاصل $\frac{1}{B\sqrt{a}} - \frac{1}{a\sqrt{B}}$ را محاسبه کنید.</p>	<p>۵</p>
<p>۲</p>	<p>اگر $f(x) = x^2 + x$ و $g(x) = \sqrt{4x+1}$ باشد مساحت ناحیه محدود بین منفی $\text{gof}(x)$ و $y = 3$ را محاسبه کنید.</p>	<p>۶</p>
<p>۲</p>	<p>مثلث ABC به رأسهای $A(3, 3)$ و $B(-6, -2)$ و $C(-1, 7)$ مفروض است. الف) نوع مثلث را مشخص کنید. ب) ارتفاع CH را محاسبه کنید.</p>	<p>۷</p>
<p>۲</p>	<p>در تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{2x}$ ضابطه $f^{-1}(2x)$ را محاسبه کنید.</p>	<p>۸</p>
<p>۱/۵</p>	<p>اگر $f(x) = \frac{x+1}{x}$ و $\text{fog}(x) + f(x) = 0$ باشد ضابطه $g(x)$ را محاسبه کنید.</p>	<p>۹</p>
<p>۱/۵</p>	<p>تابع $f(x) = \frac{ x - x+4 + 4}{x}$ در چه فاصله‌ای معکوس پذیر است؟</p>	<p>۱۰</p>
<p>۲</p>	<p>اگر $x^2 + x < 0$ باشد حاصل $[x] + [x^2] + [x^3] + [x^4]$ را محاسبه کنید.</p>	<p>۱۱</p>
<p>۲</p>	<p>اگر $\log 2 = K$ باشد حاصل $\log(1 + \sqrt{5}) + 2 \log(6 - 2\sqrt{5})$ را محاسبه کنید.</p>	<p>۱۲</p>

موفق و پیروز باشید.

نام درس: حسابان نام دبیر: علی هاشمی تاریخ امتحان:/...../۱۳ ساعت امتحان: صبح / عصر مدت امتحان: دقیقه	جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران دبیرستان غیردولتی پسرانه 	پاسخ نامه سوالات
---	--	------------------

ردیف	راهنمای تصحیح	ردیف
۱	$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{1+16}\right) + \dots = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots\right)$ $1) \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots \rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{1}{2} \\ q = \frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow S_1 = \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$ $2) \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots \rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{1}{4} \\ q = \frac{1}{4} \end{cases} \rightarrow S_2 = \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$ $3) S = S_1 + S_2 = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$	۱
۱	$a_n = n^2 - (n^2 + 2n + 1) = -2n - 1 \rightarrow \begin{cases} a_1 = -3 \\ d = -2 \end{cases}$ $S_{20} = \frac{20}{2} (2(-3) + (20-1)(-2)) = 10(-6 - 38) = -440$	۲
۲	$S_3 = 136 \rightarrow \frac{a_1(1-q^3)}{1-q} = 136$ $S_6 = 153 \rightarrow \frac{a_1(1-q^6)}{1-q} = 153$ $\frac{a_1}{a_1 q^3} = \frac{a_1}{a_1 q^6} = \frac{1}{q^3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = 16$ $\rightarrow \frac{S_6}{S_3} = 1 + q^3 = \frac{153}{136} \rightarrow q = \frac{1}{2}$	۳
۱/۵	$x = 4 \rightarrow y + x = \sqrt{20 - 16} \rightarrow a = -2$ $x - 2 = \sqrt{\Delta x - x^2} \rightarrow (x - 2)^2 = (\sqrt{\Delta x - x^2})^2 \rightarrow x^2 - 4x + 4 = \Delta x - x^2$ $\rightarrow 2x^2 - 9x + 4 = 0 \rightarrow \Delta = 81 - 4(2)(4) = 49 \rightarrow x = \frac{9 \pm 7}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$ <p>$x = \frac{1}{2}$ در معادله صدق نمی کند لذا معادله ریشه گیری ندارد.</p>	۴

۱/۵	$Z^2 - 3x + \dots \rightarrow \begin{cases} a + B = 3 \\ a \cdot B = 1 \end{cases}$ $\frac{1}{B\sqrt{a}} - \frac{1}{a\sqrt{B}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{B}}{aB} = \frac{1}{1} = 1$ $A = \sqrt{a} - \sqrt{B} \rightarrow A^2 = a + B - 2\sqrt{aB} = 3 - 2 = 1 \rightarrow A^2 = 1 \rightarrow A = 1$	۵
۲	$\text{gof}(x) = \sqrt{4(x^2 + x) + 1} = \sqrt{4x^2 + 4x + 1} = \sqrt{(2x + 1)^2} = 2x + 1 $ <p>مساحت بین</p> $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = 3 \end{cases}$ $S = \frac{1}{2} \times \text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = 4/5$  $ 2x + 1 = 3 \rightarrow \begin{cases} 2x + 1 = 3 \rightarrow x = 1 \\ 2x + 1 = -3 \rightarrow x = -2 \end{cases} \rightarrow \text{قاعدہ} = 3$	۶
۲	$ AB = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{1.6}$ $ AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32}$ $ BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{25 + 11} = \sqrt{1.6}$ <p>اضلاع AB و BC برابر هستند لذا مثلث متساوی الساقین است.</p> 	(الف) ۷
	<p>(ب)</p> $A \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{معادله خط AB} \rightarrow y - 3 = \frac{-2 - 3}{-6 - 3}(x - 3) \rightarrow 9y - 5x - 12 = 0$ $d = \frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \rightarrow d_{CH} = \frac{ -5(-1) + 9(7) - 12 }{\sqrt{1 + 25}} = \frac{56}{\sqrt{1.6}}$	
۲	$y \frac{x^2 - 1}{2x} \rightarrow x^2 - 2yx - 1 = 0 \rightarrow X = 4y^2 + 4 \rightarrow x = \frac{2y \pm \sqrt{4y^2 + 4}}{2}$ $\xrightarrow{x > 0} f^{-1}(x) = x + \sqrt{x^2 + 1} \rightarrow f^{-1}(2x) = 2x + \sqrt{4x^2 + 1}$	۸
۱/۵	$\text{fog}(x) + f(x) = 0 \rightarrow \frac{g+1}{g} = \frac{x+1}{-x} \rightarrow -xg - x = xg + g$ $\rightarrow xy + g + xy = -x \rightarrow g(2x + 1) = -x \rightarrow g(x) = \frac{-x}{2x + 1}$	۹

۱/۵	$f(x) = \begin{cases} x < -۴ & \rightarrow \frac{1}{x}(-x + x + ۴ + ۴) = \frac{۸}{x} \\ -۴ \leq x \leq ۰ & \rightarrow \frac{1}{x}(-x - x - ۴ + ۴) = \frac{-۲x}{x} = -۲ \\ x > ۰ & \rightarrow (x - x - ۴ + ۴) = ۰ \end{cases}$ <p>تابع $f(x)$ در فاصله $(-\infty, -۴)$ معکوس پذیر است.</p>	۱۰
۲	$x^۲ + x < ۰ \rightarrow x^۲ + x = ۰ \rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = -۱ \end{cases}$  $x \in (-۱, ۰) \rightarrow [x] + [x^۲] + [x^۳] + [x^۴] = -۱ + ۰ - ۱ + ۰ = -۲$ <p>برای راحتی محاسبه $x = \frac{-۱}{۲}$ در نظر گرفته شود.</p>	۱۱
۲	$\log(۶ - ۲\sqrt{۵}) + ۲\log(۱ + \sqrt{۵}) = \log(\sqrt{۵} - ۱)^۲ + \log(۱ + \sqrt{۵})^۲$ $= \log(۵ - ۱)^۲ = \log_۴^۴ = ۴\log_۴^۲ = ۴K$	۱۲